

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Σχεδιασμός Μεταφορικών Συστημάτων

Άσκηση 1^η: Γένεση Μετακινήσεων

1.1 Παραγόμενες μετακινήσεις έτους βάσης:

Για τον υπολογισμό τους έγινε πολλαπλασιασμός του *πίνακα 2 με τον συνολικό αριθμό των νοικοκυριών*, έτσι ώστε να βρούμε τον αριθμό των νοικοκυριών ανά κατηγορία, κι έτσι προκύπτει ο πίνακας 3, όπως φαίνεται παρακάτω.

Πίνακας 1

Μετακινήσεις ανά νοικοκυριό	Μέγεθος νοικοκυριού				
Ιδιοκτησία ΙΧ		1	2	3-4	5+
	0	0,27	0,45	0,52	0,57
	1	0,46	1,04	1,31	1,77
	2+	0,47	1,07	1,56	2,17

Πίνακας 2

Κατανομή νοικοκυριών ανά μέγεθος & ιδιοκτ. ΙΧ	Μέγεθος νοικοκυριού				
Ιδιοκτησία ΙΧ		1	2	3-4	5+
	0	0,12	0,05	0,1	0,05
	1	0,07	0,05	0,1	0,15
	2+	0,01	0,05	0,1	0,15

Πίνακας 3

Αριθμός νοικοκυριών ανά κατηγορία	Μέγεθος νοικοκυριού				
Ιδιοκτησία ΙΧ		1	2	3-4	5+
	0	120	50	100	50
	1	70	50	100	150
	2+	10	50	100	150

Για τον υπολογισμό του συνολικού αριθμού μετακινήσεων ανά κατηγορία, *πολλαπλασιάζουμε* (στοιχείο προς στοιχείο) τον *πίνακα 1 με τον πίνακα 3*.

Αθροίζοντας όλα τα στοιχεία του πίνακα 4 προκύπτει ο συνολικός αριθμός μετακινήσεων.

Διαιρώντας αυτό το άθροισμα με τον αριθμό των νοικοκυριών προκύπτει ο ρυθμός των μετακινήσεων ή ο μέσος αριθμός μετακινήσεων ανά νοικοκυριό στην περιοχή μελέτης. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.

Πίνακας 4

Συνολικός αριθμός μετακινήσεων ανά κατηγορία	Μέγεθος νοικοκυριού				
		1	2	3-4	5+
Ιδιοκτησία ΙΧ					
	0	32,4	22,5	52	28,5
	1	32,2	52	131	265,5
	2+	4,7	53,5	156	325,5

Συνολικός αριθμός μετακινήσεων 1156

Μέσος αριθμός μετακινήσεων ανά νοικοκυριό στην περιοχή μελέτης 1,1558

1.2 Μελλοντικές Παραγόμενες Μετακινήσεις:

Αρχικά υπολογίζεται ο αριθμός νοικοκυριών ανά κατηγορία (πίνακας 6), ο οποίος προκύπτει απ' τον πολλαπλασιασμό των στοιχείων του δεδομένου πίνακα 5, ο οποίος αναγράφει την προβλεπόμενη κατανομή νοικοκυριών ανά μέγεθος και ιδιοκτησία ΙΧ, με τον προβλεπόμενο συνολικό αριθμό νοικοκυριών.

Στην συνέχεια ο συνολικός αριθμός μετακινήσεων ανά κατηγορία (πίνακας 7) προκύπτει απ' τον *πολλαπλασιασμό του πίνακα 6 με τον πίνακα 1*.

Τελικά ο συνολικός αριθμός των προβλεπόμενων μετακινήσεων θα είναι το άθροισμα όλων των στοιχείων του πίνακα 7, αντίστοιχα όπως και στο 1.1 ο μέσος αριθμός μετακινήσεων ανά νοικοκυριό στην περιοχή μελέτης προκύπτει διαιρώντας το προηγούμενο άθροισμα που βρήκαμε με τον δεδομένο προβλεπόμενο συνολικό αριθμό των νοικοκυριών. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.

Πίνακας 5

Προβλεπόμενη Κατανομή Νοικοκυριών ανά μέγεθος και Ιδιοκτησία ΙΧ	Μέγεθος νοικοκυριού				
Ιδιοκτησία ΙΧ		1	2	3-4	5+
	0	0,05	0,03	0,05	0,02
	1	0,14	0,07	0,14	0,17
	2+	0,01	0,05	0,11	0,16

Πίνακας 6

Αριθμός νοικοκυριών ανά κατηγορία	Μέγεθος νοικοκυριού				
Ιδιοκτησία ΙΧ		1	2	3-4	5+
	0	75	45	75	30
	1	210	105	210	255
	2+	15	75	165	240

Πίνακας 7

Συνολικός αριθμός μετακινήσεων ανά κατηγορία	Μέγεθος νοικοκυριού				
Ιδιοκτησία ΙΧ		1	2	3-4	5+
	0	20	20	39	17
	1	97	109	275	451
	2+	7	80	257	521

Συνολικός αριθμός μετακινήσεων 1894

Μέσος αριθμός μετακινήσεων ανά νοικοκυριό στην περιοχή μελέτης 1,2629

2.1 Συσχέτιση Μεταβλητών:

Δίνεται από την εκφώνηση του προβλήματος ο αριθμός των παραγόμενων και ελκόμενων μετακινήσεων (πίνακας 1) μιας περιοχής μελέτης που έχει διαιρεθεί σε 15 ζώνες.

Πίνακας 1

Ζώνη	Παραγόμενες μετακινήσεις	Ελκόμενες μετακινήσεις	Ιδιοκτησία Ι.Χ.	Εισόδημα ανά νοικοκυριό	Αριθμός Νοικοκυριών	Αριθμός απασχολού μενων	Συνολικές προσφερό μενες θέσεις εργασίας	Θέσεις εργασίας στον τομέα μεταποίησης	Θέσεις εργασίας στον τομέα εμπορίου	Άλλες θέσεις εργασίας
	Υ1	Υ2	Χ1	Χ2	Χ3	Χ4	Χ5	Χ6	Χ7	Χ8
1	7415	7428	1,2	4305	2587	358	495	33	327	136
2	7598	7192	1,5	7103	2605	418	360	29	219	111
3	8112	8150	1,8	9505	2788	421	281	76	143	62
4	6626	6698	1,5	7106	2356	235	410	21	180	209

5	5730	5900	1,8	10052	1988	265	223	58	154	11
6	3089	3078	2,1	12513	1058	158	123	37	58	28
7	2950	2980	2,7	19221	825	487	99	3	65	32
8	8655	8522	1,2	4339	2687	987	341	78	194	68
9	7546	7548	0,8	1305	2350	857	503	111	342	50
10	7901	7896	0,7	1198	2876	125	304	88	197	18
11	6615	6636	1,5	7211	1986	847	272	27	218	27
12	9731	9800	0,8	1121	2987	759	544	125	316	103
13	5012	5123	1,8	9083	1578	547	209	4	146	58
14	4021	3895	1,9	11041	1278	389	201	50	82	68
15	3605	3500	1,9	11051	1089	457	127	18	74	36

Παρακάτω με την βοήθεια του εργαλείου της συσχέτισης στην ανάλυση δεδομένων προκύπτει οι πίνακες με τις συσχετίσεις (ρ), οι οποίοι στην συνέχεια υψώνονται στο τετράγωνο έτσι ώστε να προκύψουν πλέον οι συντελεστές συσχέτισης R^2 , όπως αυτοί φαίνονται παρακάτω.

Πίνακας 2

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Y1
X1	1,00								
X2	0,99	1,00							
X3	0,67	0,69	1,00						
X4	0,08	0,09	0,04	1,00					
X5	0,69	0,71	0,67	0,12	1,00				
X6	0,53	0,50	0,42	0,10	0,36	1,00			
X7	0,69	0,70	0,58	0,19	0,89	0,32	1,00		
X8	0,05	0,07	0,15	0,01	0,35	0,01	0,14	1,00	
Y1	0,69	0,71	0,96	0,15	0,71	0,48	0,64	0,12	1,00

Πίνακας 3

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Y2
X1	1,00								
X2	0,99	1,00							
X3	0,67	0,69	1,00						
X4	0,08	0,09	0,04	1,00					
X5	0,69	0,71	0,67	0,12	1,00				
X6	0,53	0,50	0,42	0,10	0,36	1,00			
X7	0,69	0,70	0,58	0,19	0,89	0,32	1,00		
X8	0,05	0,07	0,15	0,01	0,35	0,01	0,14	1,00	
Y2	0,69	0,71	0,95	0,15	0,71	0,49	0,65	0,12	1,00

Αρχικά ελέγχουμε τις συσχετίσεις μεταξύ των y και των διαφόρων μεταβλητών x . Δεχόμαστε ότι για να θεωρηθεί σημαντική μία συσχέτιση οφείλει να είναι τουλάχιστον 0,7. Απ' τους παραπάνω πίνακες είναι εμφανές ότι σημαντικές συσχετίσεις με το y είναι αυτές των x_2 , x_3 και του x_5 . Ωστόσο για να θεωρήσουμε ένα μοντέλο του y ως γραμμικό συνδυασμό των παραπάνω μεταβλητών, αυτές οφείλουν να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους με κάθε δυνατό συνδυασμό. Απ' τους πίνακες φαίνεται πως κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει με τις μεταβλητές x_2 και x_5 και συνεπώς αυτές δεν μπορούν να συνυπάρξουν στο ίδιο μοντέλο. Οπότε σύμφωνα με τα παραπάνω οι δυνατοί συνδυασμοί που θα εξεταστούν στατιστικά παρακάτω θα είναι οι εξής:

Συνδυασμοί

$$y=f(x_2,x_3)$$

$$y=f(x_3,x_5)$$

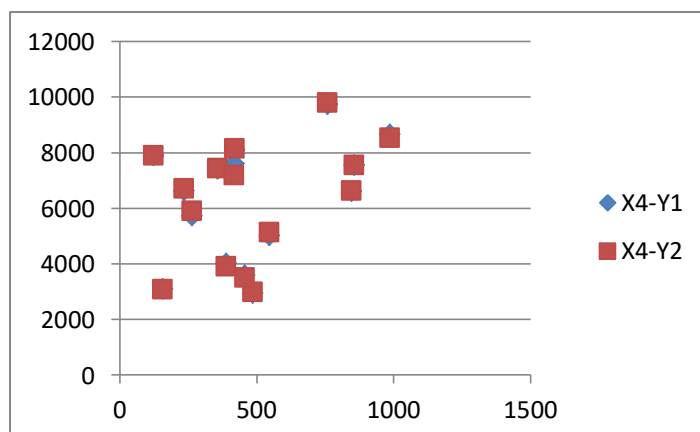
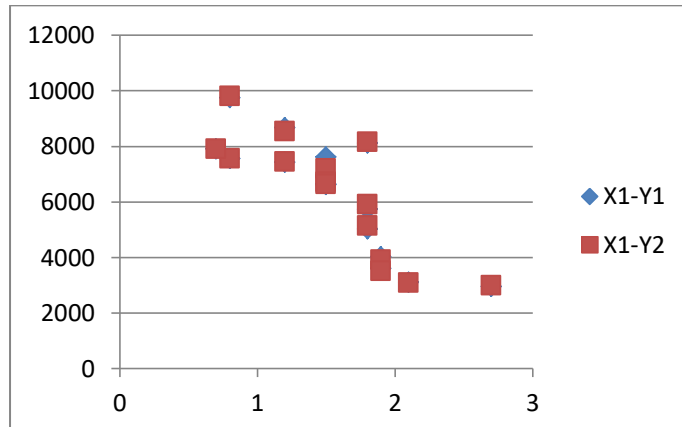
$$y=f(x_2)$$

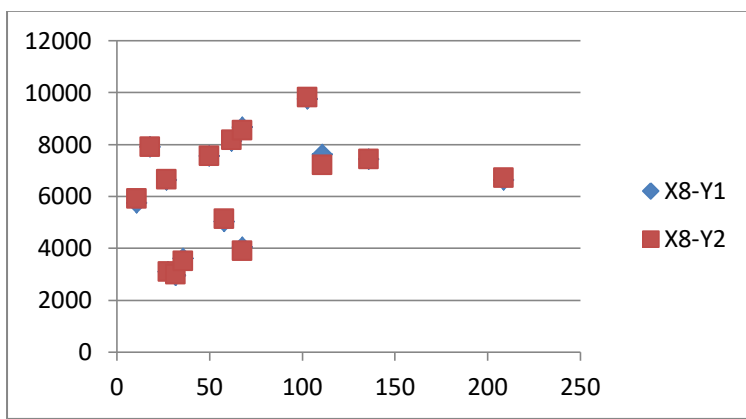
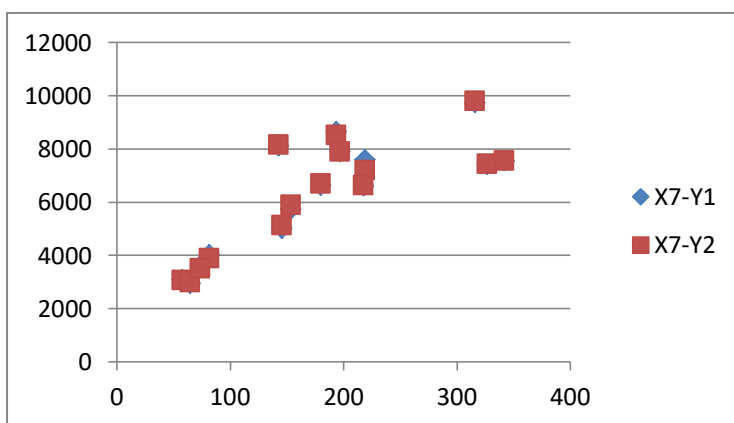
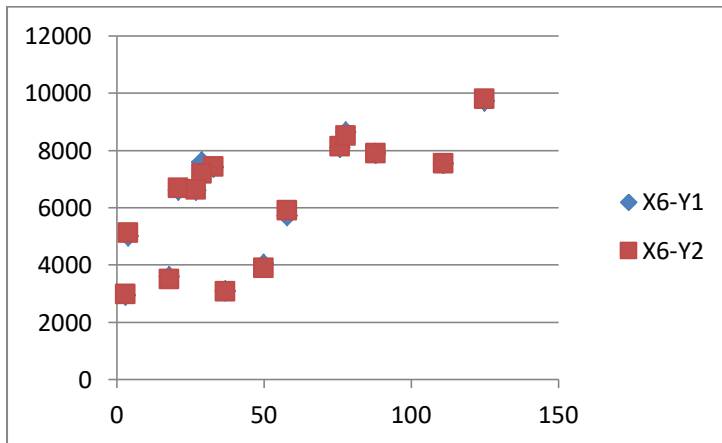
$$y=f(x_3)$$

$$y=f(x_5)$$

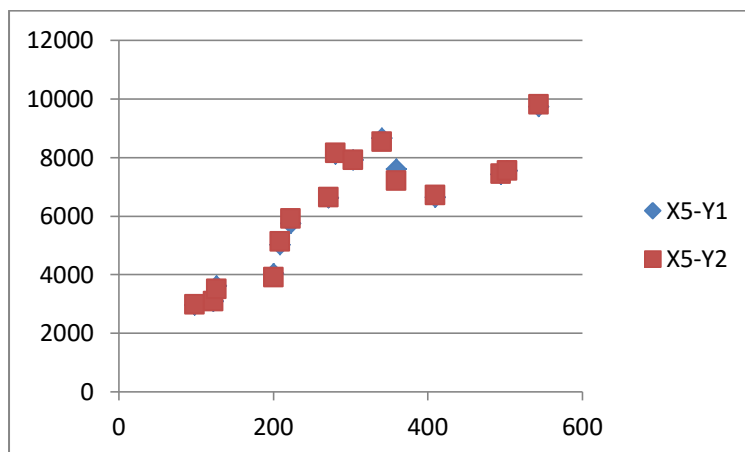
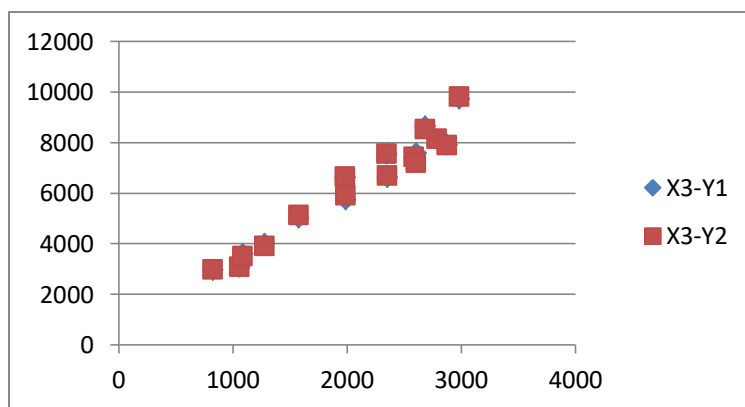
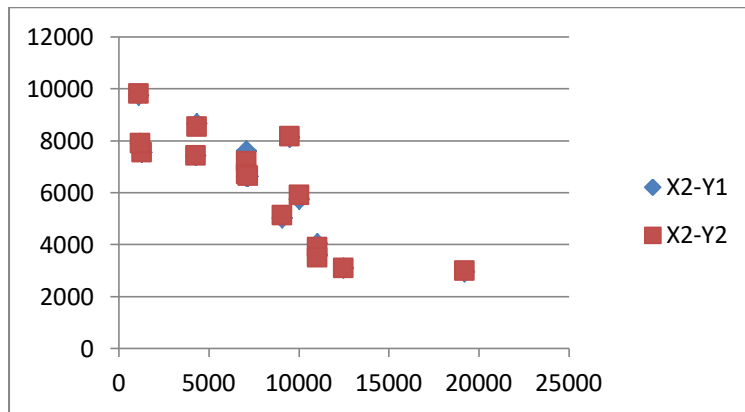
Τέλος ζητείται η γραφική απεικόνιση των συσχετίσεων ή μη μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών και του y . Τα γραφήματα παρατίθενται παρακάτω.

Μη συσχέτιση:





Συσχέτιση:



Έπειτα πραγματοποιούνται οι στατιστικοί έλεγχοι (t-test) με την βοήθεια του εργαλείου παλινδρόμησης της ανάλυσης δεδομένων του excel και προκύπτουν τα εξής για τα προηγούμενα μοντέλα που αναφέραμε:

Y1-X2

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,844977759
R Τετράγωνο	0,713987412
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,691986444
Τυπικό σφάλμα	1184,979196
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	1	45569074,89	45569075	32,45254	7,33315E-05
Υπόλοιπο	13	18254284,04	1404176		
Σύνολο	14	63823358,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	9145,354997	584,6771983	15,64172	8,22E-10	7882,236706	10408,47329	7882,236706	10408,47329
X2	-0,366533438	0,064341209	-5,69671	7,33E-05	-0,50553417	-0,227532706	-0,50553417	-0,227532706

Y2-X2

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,844173894
R Τετράγωνο	0,712629563
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,690524144
Τυπικό σφάλμα	1185,944377
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	1	45341276,07	45341276	32,23778	7,5684E-05
Υπόλοιπο	13	18284032,86	1406464		
Σύνολο	14	63625308,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένα επί την αρχή	9120,918504	585,1534256	15,58723	8,59E-10	7856,771386	10385,06562	7856,771386	10385,06562
X2	-0,365616144	0,064393616	-5,67783	7,57E-05	-0,504730094	-0,226502194	-0,504730094	-0,226502194

Y1-X3

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,978039004
R Τετράγωνο	0,956560293
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,953218777
Τυπικό σφάλμα	461,8081533
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	1	61050890,92	61050891	286,2654	3,09904E-10
Υπόλοιπο	13	2772468,016	213266,8		
Σύνολο	14	63823358,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	411,339926	368,2962942	1,116872	0,284267	-384,3158428	1206,995695	-384,3158428	1206,995695
X3	2,84927834	0,16840325	16,91938	3,1E-10	2,485465237	3,213091443	2,485465237	3,213091443

Y2-X3

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,975956819
R Τετράγωνο	0,952491713
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,94883723
Τυπικό σφάλμα	482,2008366
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	1	60602579,52	60602580	260,6365	5,55599E-10
Υπόλοιπο	13	3022729,409	232517,6		
Σύνολο	14	63625308,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένα επί την αρχή	415,6933494	384,5596487	1,080959	0,299361	-415,0972606	1246,483959	-415,0972606	1246,483959
X3	2,838797595	0,175839659	16,14424	5,56E-10	2,458919108	3,218676083	2,458919108	3,218676083

Y1-X5

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,841382272
R Τετράγωνο	0,707924128
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,685456753
Τυπικό σφάλμα	1197,473726
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	1	45182095,72	45182096	31,50898	8,43429E-05
Υπόλοιπο	13	18641263,22	1433943		
Σύνολο	14	63823358,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	2523,028202	741,6443739	3,401938	0,004725	920,802945	4125,253458	920,802945	4125,253458
X5	12,63592542	2,251074464	5,613286	8,43E-05	7,772774711	17,49907612	7,772774711	17,49907612

Y2-X5

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,842638994
R Τετράγωνο	0,710040474
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,687735895
Τυπικό σφάλμα	1191,274832
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	1	45176544,5	45176545	31,83384	8,03491E-05
Υπόλοιπο	13	18448764,43	1419136		
Σύνολο	14	63625308,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένα επί την αρχή	2505,927335	737,8051458	3,396462	0,004775	911,9962263	4099,858443	911,9962263	4099,858443
X5	12,63514915	2,239421455	5,642149	8,03E-05	7,797173238	17,47312506	7,797173238	17,47312506

Y1-X2, X3

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,979576413
R Τετράγωνο	0,95956995
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,952831608
Τυπικό σφάλμα	463,7152151
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	2	61242977,33	30621489	142,4045	4,36743E-09
Υπόλοιπο	12	2580381,608	215031,8		
Σύνολο	14	63823358,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	1242,049376	953,5592271	1,30254	0,217175	-835,5776995	3319,676451	-835,5776995	3319,676451
X2	-0,043001128	0,045497012	-0,94514	0,363229	-0,142130601	0,056128345	-0,142130601	0,056128345
X3	2,608738074	0,305557715	8,537628	1,92E-06	1,942985006	3,274491142	1,942985006	3,274491142

Y2-X2, X3

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,879164925
R Τετράγωνο	0,772930966
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,735086127
Τυπικό σφάλμα	1097,244179
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	2	49177971,47	24588986	20,42368	0,000137072
Υπόλοιπο	12	14447337,46	1203945		
Σύνολο	14	63625308,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένα επί την αρχή	5806,686901	1933,880077	3,00261	0,011013	1593,124182	10020,24962	1593,124182	10020,24962
X2	-0,200541148	0,110001685	-1,82307	0,093286	-0,44021423	0,039131933	-0,44021423	0,039131933
X5	6,798609312	3,808418882	1,785153	0,099515	-1,499222599	15,09644122	-1,499222599	15,09644122

Y1-X3, X5

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,980871629
R Τετράγωνο	0,962109152
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,95579401
Τυπικό σφάλμα	448,917328
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	2	61405037,72	30702519	152,3496	2,95942E-09
Υπόλοιπο	12	2418321,209	201526,8		
Σύνολο	14	63823358,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	465,9138691	360,3749122	1,292859	0,220398	-319,2756121	1251,10335	-319,2756121	1251,10335
X3	2,542625149	0,283389594	8,97219	1,14E-06	1,925172266	3,160078033	1,925172266	3,160078033
X5	1,936619009	1,460894636	1,325639	0,209642	-1,246396963	5,11963498	-1,246396963	5,11963498

Y2-X3, X5

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,979198257
R Τετράγωνο	0,958829227
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,951967431
Τυπικό σφάλμα	467,2172199
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	2	61005805,77	30502903	139,7345	4,87006E-09
Υπόλοιπο	12	2619503,167	218291,9		
Σύνολο	14	63625308,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένα επί την αρχή	473,9262017	375,0654164	1,263583	0,230376	-343,2711387	1291,123542	-343,2711387	1291,123542
X3	2,511584846	0,294941831	8,515526	1,97E-06	1,868961802	3,15420789	1,868961802	3,15420789
X5	2,0664596	1,52044728	1,359113	0,199106	-1,246310436	5,379229637	-1,246310436	5,379229637

**Y1-X3 χωρίς
τεταγμένη**

ΕΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

<i>Στατιστικά παλινδρόμησης</i>	
Πολλαπλό R	0,997697233
R Τετράγωνο	0,995399768
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,923971197
Τυπικό σφάλμα	465,8707498
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	<i>βαθμοί ελευθερίας</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Σημαντικότητα F</i>
Παλινδρόμηση	1	657471210,2	6,57E+08	3029,325	8,65418E-17
Υπόλοιπο	14	3038497,778	217035,6		
Σύνολο	15	660509708			

	<i>Συντελεστές</i>	<i>Τυπικό σφάλμα</i>	<i>t</i>	<i>τιμή-P</i>	<i>Κατώτερο 95%</i>	<i>Υψηλότερο 95%</i>	<i>Κατώτερο 95,0%</i>	<i>Υψηλότερο 95,0%</i>
Τεταγμένη επί την αρχή	0	#Δ/Υ	#Δ/Υ	#Δ/Υ	#Δ/Υ	#Δ/Υ	#Δ/Υ	#Δ/Υ
X3	3,027233087	0,055001298	55,0393	9,15E-18	2,909267036	3,145199137	2,909267036	3,145199137

Από τα στατιστικά δεδομένα που προκύπτουν πρέπει να ελέγξουμε την P-value, η οποία για διάστημα εμπιστοσύνης 95%, αυτό που επιλέχθηκε, οφείλει να παίρνει τιμές μικρότερες από 0,05. Στα παραπάνω μοντέλα έχουν επισημανθεί οι προβληματικές P. Τότε απορρίπτουμε τον συντελεστή που δίνει αυτή την P και ξανατρέχουμε το μοντέλο χωρίς αυτή την μεταβλητή ή την τεταγμένη αρχής. Συνεπώς τα μοντέλα που πληρούν τα παραπάνω φαίνεται να είναι τα: $y=f(x_3)$ χωρίς τεταγμένη, $y=f(x_5)$ και $y=f(x_2)$.

Ακολουθεί η δοκιμή προσέγγισης του μοντέλου μέσω λογαρίθμων. Αρχικά βάζουμε σε ln όλα τα δεδομένα των x και έτσι προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες συσχετίσεων R^2 .

Πίνακας 4

	ln(X1)	ln(X2)	ln(X3)	ln(X4)	ln(X5)	ln(X6)	ln(X7)	ln(X8)	Y1
ln(X1)	1,00								
ln(X2)	0,98	1,00							
ln(X3)	0,58	0,50	1,00						
ln(X4)	0,01	0,02	0,01	1,00					
ln(X5)	0,63	0,57	0,82	0,07	1,00				
ln(X6)	0,46	0,43	0,43	0,00	0,36	1,00			
ln(X7)	0,64	0,58	0,77	0,12	0,90	0,24	1,00		
ln(X8)	0,02	0,02	0,12	0,06	0,30	0,00	0,13	1,00	
Y1	0,62	0,57	0,93	0,09	0,80	0,43	0,77	0,13	1,00

Πίνακας 5

	ln(X1)	ln(X2)	ln(X3)	ln(X4)	ln(X5)	ln(X6)	ln(X7)	ln(X8)	Y2
ln(X1)	1,00								
ln(X2)	0,98	1,00							
ln(X3)	0,58	0,50	1,00						
ln(X4)	0,01	0,02	0,01	1,00					
ln(X5)	0,63	0,57	0,82	0,07	1,00				
ln(X6)	0,46	0,43	0,43	0,00	0,36	1,00			
ln(X7)	0,64	0,58	0,77	0,12	0,90	0,24	1,00		
ln(X8)	0,02	0,02	0,12	0,06	0,30	0,00	0,13	1,00	
Y2	0,62	0,58	0,93	0,08	0,80	0,42	0,77	0,12	1,00

Από τα παραπάνω είναι εμφανές ότι το μοντέλο το οποίο έχει νόημα να εξετάσουμε είναι το $y=f(\ln(x_7))$.

Ακόμη μπορούμε να εξετάσουμε εάν μπορούν τα προηγούμενα μοντέλα τα οποία είχαμε επιλέξει τελικώς να συνδυαστούν με τον όρο $\ln(x_7)$. Για να γίνει κάτι τέτοιο πρέπει πρώτα να ελέγξουμε την συσχέτιση μεταξύ αυτών (των ανεξάρτητων μεταβλητών).

Όπως βλέπουμε παρακάτω και ανάλογα προκύπτουν και για y_2 , δεν υπάρχει καλή συσχέτιση μεταξύ τους και επομένως δεν μπορούν να συνδυαστούν.

Πίνακας 6

	Y1	X2	X3	X5	ln(X7)
Y1	1				
X2	0,713987	1			
X3	0,95656	0,693737	1		
X5	0,707924	0,706664	0,66631	1	
ln(X7)	0,766392	0,747254	0,721366	0,845861	1

Οπότε εξετάζουμε μόνο το μοντέλο στην επόμενη σελίδα, το οποίο προκύπτει μάλιστα και στατιστικά σημαντικό.

Y1-LN(X7)

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,875437949
R Τετράγωνο	0,766391603
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,748421726
Τυπικό σφάλμα	1070,933187
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	1	48913686,34	48913686,3	42,6486845	1,91032E-05
Υπόλοιπο	13	14909672,59	1146897,89		
Σύνολο	14	63823358,93			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	-9934,319408	2502,293302	-3,9700859	0,00159976	-15340,19542	-4528,4434	-15340,19542	-4528,4434
ln(X7)	3212,845224	491,9681464	6,53059603	1,9103E-05	2150,012663	4275,677785	2150,012663	4275,677785

Στη συνέχεια δοκιμάζουμε το πολλαπλασιαστικό μοντέλο, οπότε και λογαριθμούμε συνολικά όλα τα δεδομένα και τα x και τα y , έτσι προκύπτουν στον πίνακα 7 τα τροποποιημένα δεδομένα και στη συνέχεια οι πίνακες συσχέτισης.

Πίνακας 7

	$\ln(Y1)$	$\ln(Y2)$	$\ln(X1)$	$\ln(X2)$	$\ln(X3)$	$\ln(X4)$	$\ln(X5)$	$\ln(X6)$	$\ln(X7)$	$\ln(X8)$
1	8,911	8,913	0,182	8,368	7,858	5,881	6,205	3,497	5,790	4,913
2	8,936	8,881	0,405	8,868	7,865	6,035	5,886	3,367	5,389	4,710
3	9,001	9,006	0,588	9,160	7,933	6,043	5,638	4,331	4,963	4,127
4	8,799	8,810	0,405	8,869	7,765	5,460	6,016	3,045	5,193	5,342
5	8,653	8,683	0,588	9,216	7,595	5,580	5,407	4,060	5,037	2,398
6	8,036	8,032	0,742	9,435	6,964	5,063	4,812	3,611	4,060	3,332
7	7,990	8,000	0,993	9,864	6,715	6,188	4,595	1,099	4,174	3,466
8	9,066	9,050	0,182	8,375	7,896	6,895	5,832	4,357	5,268	4,220
9	8,929	8,929	-0,223	7,174	7,762	6,753	6,221	4,710	5,835	3,912
10	8,975	8,974	-0,357	7,088	7,964	4,828	5,717	4,477	5,283	2,890
11	8,797	8,800	0,405	8,883	7,594	6,742	5,606	3,296	5,384	3,296
12	9,183	9,190	-0,223	7,022	8,002	6,632	6,299	4,828	5,756	4,635
13	8,520	8,541	0,588	9,114	7,364	6,304	5,342	1,386	4,984	4,060
14	8,299	8,267	0,642	9,309	7,153	5,964	5,303	3,912	4,407	4,220
15	8,190	8,161	0,642	9,310	6,993	6,125	4,844	2,890	4,304	3,584

Πίνακας 8

	$\ln(X1)$	$\ln(X2)$	$\ln(X3)$	$\ln(X4)$	$\ln(X5)$	$\ln(X6)$	$\ln(X7)$	$\ln(X8)$	$\ln(Y1)$
$\ln(X1)$	1,00								
$\ln(X2)$	0,98	1,00							
$\ln(X3)$	0,58	0,50	1,00						
$\ln(X4)$	0,01	0,02	0,01	1,00					
$\ln(X5)$	0,63	0,57	0,82	0,07	1,00				
$\ln(X6)$	0,46	0,43	0,43	0,00	0,36	1,00			
$\ln(X7)$	0,64	0,58	0,77	0,12	0,90	0,24	1,00		
$\ln(X8)$	0,02	0,02	0,12	0,06	0,30	0,00	0,13	1,00	
$\ln(Y1)$	0,60	0,53	0,97	0,08	0,84	0,40	0,82	0,13	1,00

Πίνακας 9

	ln(X1)	ln(X2)	ln(X3)	ln(X4)	ln(X5)	ln(X6)	ln(X7)	ln(X8)	ln(Y2)
ln(X1)	1,00								
ln(X2)	0,98	1,00							
ln(X3)	0,58	0,50	1,00						
ln(X4)	0,01	0,02	0,01	1,00					
ln(X5)	0,63	0,57	0,82	0,07	1,00				
ln(X6)	0,46	0,43	0,43	0,00	0,36	1,00			
ln(X7)	0,64	0,58	0,77	0,12	0,90	0,24	1,00		
ln(X8)	0,02	0,02	0,12	0,06	0,30	0,00	0,13	1,00	
ln(Y2)	0,60	0,53	0,97	0,07	0,83	0,39	0,82	0,11	1,00

Οπότε προκύπτει ότι τα μοντέλα που προκύπτουν είναι τα εξής:

Δυνατοί Συνδυασμοί

$$y=f(x_2,x_3)$$

$$y=f(x_2,x_5)$$

$$y=f(x_2,x_7)$$

Συνεπώς και εξετάζονται παρακάτω για να γίνει γνωστό κατά πόσο είναι στατιστικά σημαντικά.

ln(y1)-ln(x2),ln(x3)

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης

Πολλαπλό R	0,986535967
R Τετράγωνο	0,973253214
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,968795416
Τυπικό σφάλμα	0,068470869
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	2	2,047138233	1,023569	218,326	3,66125E-10
Υπόλοιπο	12	0,056259119	0,004688		
Σύνολο	14	2,103397351			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	2,410658091	0,662543424	3,638491	0,003397	0,96709998	3,854216202	0,96709998	3,854216202
ln(X2)	-0,029790623	0,028647012	-1,03992	0,318877	-0,0922071	0,032625854	-0,0922071	0,032625854
ln(X3)	0,864000849	0,061304019	14,09371	7,91E-09	0,730430865	0,997570833	0,730430865	0,997570833

ln(y2)-ln(x2),ln(x3)

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης

Πολλαπλό R	0,98529983
R Τετράγωνο	0,970815755
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,965951715
Τυπικό σφάλμα	0,071800778
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	<i>βαθμοί ελευθερίας</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Σημαντικότητα F</i>
Παλινδρόμηση	2	2,057917245	1,028959	199,5904	6,17861E-10
Υπόλοιπο	12	0,061864221	0,005155		
Σύνολο	14	2,119781466			

	<i>Συντελεστές</i>	<i>Τυπικό σφάλμα</i>	<i>t</i>	<i>τιμή-P</i>	<i>Κατώτερο 95%</i>	<i>Υψηλότερο 95%</i>	<i>Κατώτερο 95,0%</i>	<i>Υψηλότερο 95,0%</i>
Τεταγμένη επί την αρχή	2,420239566	0,694764565	3,483539	0,004517	0,906477621	3,934001512	0,906477621	3,934001512
ln(X2)	-0,031283932	0,030040188	-1,0414	0,318216	-0,096735878	0,034168014	-0,096735878	0,034168014
ln(X3)	0,864031575	0,064285387	13,44056	1,35E-08	0,723965749	1,0040974	0,723965749	1,0040974

ln(y1)-ln(x2),ln(x5)

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,916817162
R Τετράγωνο	0,840553709
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,813979327
Τυπικό σφάλμα	0,167177278
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	2	1,768018445	0,884009	31,63023	1,64319E-05
Υπόλοιπο	12	0,335378907	0,027948		
Σύνολο	14	2,103397351			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	5,548608049	1,287904112	4,308246	0,001017	2,74250605	8,354710049	2,74250605	8,354710049
ln(X2)	-0,037291327	0,075823284	-0,49182	0,631721	-0,202496071	0,127913416	-0,202496071	0,127913416
ln(X5)	0,619952286	0,128342748	4,830443	0,000412	0,340317461	0,899587112	0,340317461	0,899587112

ln(y2)-ln(x2),ln(x5)

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης	
Πολλαπλό R	0,914807553
R Τετράγωνο	0,836872859
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,809685002
Τυπικό σφάλμα	0,169753225
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	2	1,773987576	0,886994	30,78113	1,88433E-05
Υπόλοιπο	12	0,34579389	0,028816		
Σύνολο	14	2,119781466			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	5,579858406	1,307748754	4,266766	0,001094	2,730518645	8,429198166	2,730518645	8,429198166
ln(X2)	-0,039802835	0,076991605	-0,51698	0,614568	-0,207553131	0,127947462	-0,207553131	0,127947462
ln(X5)	0,61769335	0,130320314	4,739809	0,00048	0,333749778	0,901636922	0,333749778	0,901636922

ln(y1)-ln(x2),ln(x7)

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης

Πολλαπλό R	0,905345607
R Τετράγωνο	0,819650668
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,789592446
Τυπικό σφάλμα	0,177798178
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	βαθμοί ελευθερίας	SS	MS	F	Σημαντικότητα F
Παλινδρόμηση	2	1,724051045	0,862026	27,26877	3,44102E-05
Υπόλοιπο	12	0,379346307	0,031612		
Σύνολο	14	2,103397351			

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	t	τιμή-P	Κατώτερο 95%	Υψηλότερο 95%	Κατώτερο 95,0%	Υψηλότερο 95,0%
Τεταγμένη επί την αρχή	6,219269313	1,269380706	4,899452	0,000366	3,453526348	8,985012279	3,453526348	8,985012279
ln(X2)	-0,039367743	0,081924555	-0,48054	0,639488	-0,217866014	0,139130527	-0,217866014	0,139130527
ln(X7)	0,555406123	0,126628433	4,386109	0,000887	0,279506468	0,831305778	0,279506468	0,831305778

ln(y2)-ln(x2),ln(x7)

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

Στατιστικά παλινδρόμησης

Πολλαπλό R	0,908632579
R Τετράγωνο	0,825613164
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,796548692
Τυπικό σφάλμα	0,175514003
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	<i>βαθμοί ελευθερίας</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Σημαντικότητα F</i>
Παλινδρόμηση	2	1,750119484	0,87506	28,40627	2,81243E-05
Υπόλοιπο	12	0,369661982	0,030805		
Σύνολο	14	2,119781466			

	<i>Συντελεστές</i>	<i>Τυπικό σφάλμα</i>	<i>t</i>	<i>τιμή-P</i>	<i>Κατώτερο 95%</i>	<i>Υψηλότερο 95%</i>	<i>Κατώτερο 95,0%</i>	<i>Υψηλότερο 95,0%</i>
Τεταγμένη επί την αρχή	6,16407612	1,253072956	4,919168	0,000354	3,433864691	8,894287549	3,433864691	8,894287549
ln(X2)	-0,037426135	0,080872069	-0,46278	0,6518	-0,213631236	0,138778966	-0,213631236	0,138778966
ln(X7)	0,562374312	0,125001636	4,498936	0,000728	0,290019144	0,834729481	0,290019144	0,834729481

ln(y1)-ln(x7)

ΈΞΟΔΟΣ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

<i>Στατιστικά παλινδρόμησης</i>	
Πολλαπλό R	0,903426929
R Τετράγωνο	0,816180215
Προσαρμοσμένο R Τετράγωνο	0,802040232
Τυπικό σφάλμα	0,172458701
Μέγεθος δείγματος	15

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

	<i>βαθμοί ελευθερίας</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Σημαντικότητα F</i>
Παλινδρόμηση	1	1,716751303	1,716751	57,72144	3,91705E-06
Υπόλοιπο	13	0,386646048	0,029742		
Σύνολο	14	2,103397351			

	<i>Συντελεστές</i>	<i>Τυπικό σφάλμα</i>	<i>t</i>	<i>τιμή-P</i>	<i>Κατώτερο 95%</i>	<i>Υψηλότερο 95%</i>	<i>Κατώτερο 95,0%</i>	<i>Υψηλότερο 95,0%</i>
Τεταγμένη επί την αρχή	5,642877567	0,402959082	14,0036	3,21E-09	4,772337399	6,513417735	4,772337399	6,513417735
ln(X7)	0,601905484	0,079224539	7,597463	3,92E-06	0,430751274	0,773059694	0,430751274	0,773059694

Από τα προηγούμενα μοντέλα το $\ln y - \ln x_7$ φαίνεται να είναι στατιστικά σημαντικό, άρα και αποδεκτό.